

Techniques d'optimisation dans le domaine du génie civil

Algorithme d'optimisation dans
les réseaux de transport :
« GUIDAGE DES USAGERS »

Réalisé par : Achraf Zazza

Encadré par : Mme EL MKHALET Mouna

Sommaire

- I. Introduction et justification de choix (problématique)**
- II. Algorithmes de plus court chemin**
 - 1. Généralité sur les graphes**
 - 2. Problème de plus court chemin**
 - a) Graphes statiques**
 - b) Graphes dynamiques**
 - 3. Algorithme utilisé (DIJKSTRA)**
- III. Application**
 - 1. Application de Dijkstra au Maroc**
 - 2. Implémentation d'un cheminement optimale d'un réseau de bus à Laayoune**
- IV. Elargissement**
- v. Références**

I. Introduction et Justification de choix :

Le besoin de se déplacer est devenu une nécessité de nos jours que soit pour la vie professionnel ou social. Avec l'augmentation de la population l'amélioration du niveau de vie des citoyens et l'extension des zones urbaines, le nombre de véhicules particuliers ne cesse d'augmenter. Dans ce sens et selon l'Association des constructeurs Européens d'Automobiles (ACEA), les taux de motorisation en 2014 sont de 661 pour 1000 habitants pour l'Amérique du Nord et 569 pour 1000 habitants pour l'Union européenne, contre 44 pour 1000 habitants en Afrique. En France, le taux de motorisation a atteint un pic avec 82,5 % des ménages français disposant d'un véhicule particulier en 2010 et 82,9% en 2015. Ce taux d'augmentation va influencer négativement la vie économique, social et environnemental. Cela indique **une hausse du niveau de demande de déplacements sur les réseaux routiers** ce qui génère des congestions induisent de nombreuses conséquences économiques, sociales, sanitaires et écologiques telles que des émissions inutiles de gaz à effet de serre, une perte de temps importante, et une augmentation de la consommation du carburant. **Par conséquent l'optimisation de la gestion des déplacements et du transport que soit individuel ou collectif est devenue une question très primordiale.**

Dans ce travail on va se concentrer sur le guidage des usagers dans leurs déplacements (choix d'itinéraire) comme solution pour optimiser et bien gérer les réseaux de transport. On commence par l'aspect statique du guidage, où la dynamique du trafic n'est pas prise en compte et on va passer sans détailler à l'aspect dynamique. **Et vers la fin je vais implémenter un cheminement optimale d'un réseau de bus à Laayoune (application directe de l'algorithme et de la technique retenue).**

II. Algorithmes de plus court chemin :

1. Généralités sur les graphes :

La théorie des graphes est la discipline mathématique et informatique qui étudie les graphes, lesquels sont des modèles abstraits de dessins de réseaux reliant des objets. Ces modèles sont constitués par la donnée de sommets ou nœuds et d'arêtes entre ces sommets qui sont parfois non-symétriques (les graphes sont alors dits orientés). Les graphes sont utilisés dans plusieurs domaines (le génie électrique, la programmation, la gestion des réseaux, l'administration d'affaires, la sociologie, les sciences économiques, la vente, les communications). La théorie des graphes est utilisée aussi pour résoudre les problèmes de cheminement c'est-à-dire trouver le meilleur chemin entre deux points (sommets).

❖ *Vocabulaire :*

Un graphe représenté mathématiquement par $G = (N, A)$ constitué d'un ensemble de sommets noté N et d'un ensemble d'arêtes noté A .

- Un graphe orienté est un graphe dont les arêtes sont orientées (fléchées). On distingue alors le sommet origine de l'arête et son extrémité.
- Deux sommets reliés par au moins une arête sont dits adjacents.
- Une arête partant et arrivant au même sommet est appelée boucle.
- Chaque arête dans un graphe peut être associée à une valeur appelée poids notée $c(i, j)$. Ce poids représente une distance, cout, un temps ...

➡ **Donc les graphes sont très importants pour notre sujet. Il s'agit de trouver le meilleur chemin en se basant sur les poids des arcs.**

- Graphe statique : Un graphe est dit statique si les poids des arcs sont constants.
- Graphe dynamique : Un graphe est dit dynamique si les poids des arcs dépendent de temps.

2. Le problème du plus court chemin :

Dans la théorie des graphes vue précédemment, le problème du plus court chemin consiste à trouver un chemin d'un sommet à un autre tel que la somme des poids des arcs soit minimale.

Soit un graphe $G = (N, A)$, on associe à chaque arc sa longueur $l(a) \in \mathbb{R}$.

Donc le chemin recherché $u(i ; j)$ de I vers J est tel que

$$l(u(i, j)) = \min \sum_{a \in u(i, j)} l(a)$$

a) Graphe statique :

■ Expression mathématique :

Les poids dans ce cas représentent les coûts de transport(exemple)

$$C(u_0, u_1, \dots, u_n) = \begin{cases} \sum_{k=0}^{n-1} FC(u_k, u_{k+1}) & \text{Si } n > 0 \text{ et } \forall k, (u_k, u_{k+1}) \in A \\ 0 & \text{Si } n = 0 \\ \infty & \text{Sinon} \end{cases}$$

Avec $FC(u_k, u_{k+1})$: est la fonction de poids pour les arcs.

Donc dans ce cas des graphes statique le problème de plus court chemin s'exprime :

$$PCCh(i, j) = Ch(i, j) \text{ avec } C(Ch(i, j)) = \min_{P \in Ch(i, j)} \{C(P)\}$$

b) Graphe dynamiques :

Dans ce cas la fonction du cout dépend de temps $FC(i, j, t)$ et t représente le temps de départ du sommet i . Pour exprimer le problème de plus court chemin dans ce cas il faut définir la condition FIFO (first in first out). Elle signifie qu'en démarrant du nœud i pour aller vers le nœud j à $t' \geq t$ implique nécessairement une arrivée à j plus tard que $t + FC(i, j, t)$.

■ Expression mathématique :

Les poids dans ce cas représentent les coûts de transport. (Exemple)

Le plus court chemin $PCCh_{t_0}(i, j)$ entre i et j en partant du nœud d_i à l'instant t_0 est alors défini comme suit:

$$PCCh_{t_0}(i, j) = Ch(i, j) \text{ avec } FC_{t_0}(Ch(i, j)) = \min_{P \in ECh(i, j)} \{FC_{t_0}(P)\}$$

3. Algorithmes utilisés :

Il existe plusieurs algorithmes pour résoudre ce problème comme l'algorithme de Bellman Ford, Johnson, et le plus connu Dijkstra.

Algorithme dijkstra :

L'algorithme Dijkstra est le plus utilisé pour les deux graphes que soit **statiques** ou **dynamiques**.

Principe :

Soit $G(N;A)$ un graphe.

L'algorithme fonctionne en construisant un sous-graphe P tel que la distance entre un sommet s de P depuis s_{dep} soit connue et soit un minimum dans G .

- 1- D'abord P contient le sommet de départ s_{dep} .
- 2- Les sommets s'ajoutent au sous graphe P de la manière suivante :
 - On identifie toutes les arêtes $a_i = (s_{i1}, s_{i2})$ dans $P * G$ tel que s_{i1} est dans P et s_{i2} est dans G .
 - On choisit l'arête $a_j = (s_{j1}, s_{j2})$ qui donne la distance minimum depuis s_{dep} en passant tous les chemins créés menant à ce nœud.

III. Application :

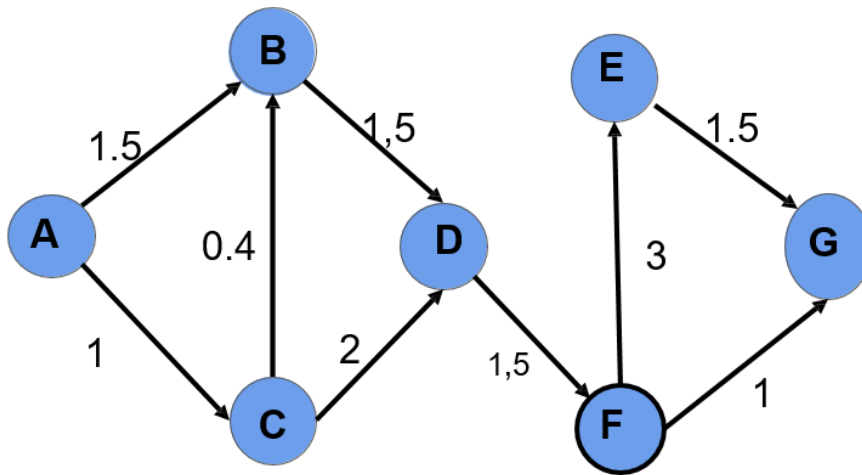
1. Application de DIJKSTRA au Maroc

Le Maroc a l'un des réseaux les plus denses en Afrique en termes de voies terrestres, ferroviaires et aériennes. La route représente le premier mode de transport pour 90 % des individus et catalyse 75 % du transport de marchandises, le secteur représente **6 % du PIB** et emploie 10 % de la population active urbaine. Le Maroc dispose d'un réseau routier d'environ 60 000 km de routes, 1 000 km de voies express et 1 800 km d'autoroutes. Donc la gestion de transport représente une nécessité comme on a dit précédemment. Cette responsabilité de gestion des routes est partagée entre l'Etat (**Le secteur de transport et de logistique**) les communes et les municipalités. Le transport à l'intérieur des villes doit être organisé aussi.

Le problème de plus court chemin ou l'algorithme de Dijkstra est une méthode efficace pour organiser le transport (guidage des usagers) surtout le transport collectif qui représente la meilleure solution contre la hausse de la demande de déplacements. Il sert à implémenter des cheminements optimaux des réseaux de transport (Bus ; Tramway.....).

Parmi les situations pratiques de Dijkstra, les réseaux de Télécommunications par exemple. Les circuits téléphoniques sont routés au plus court chemin sous réserve que l'affaiblissement total le long de ce chemin soit inférieur à une limite donnée. Les méthodes lagrangiennes, utilisant la notion de dualité, permettent d'obtenir de bonnes solutions approchées et un encadrement de la solution optimale en se ramenant à la résolution d'une suite de problèmes de plus courts chemins classiques. Lorsque la solution optimale exacte est recherchée, on montre que l'on peut, sous certaines conditions, généraliser l'algorithme de Dijkstra (bien connu dans le cas particulier des problèmes de plus court chemin avec longueurs toutes positives).

2. Implémentation d'un cheminement optimale d'un réseau de bus à Laayoune



Ligne 1

A-Ibn Batota

D-Hassan

B-Mekka

D-Hassan 1

C-Av med 5

E-El Kirawan

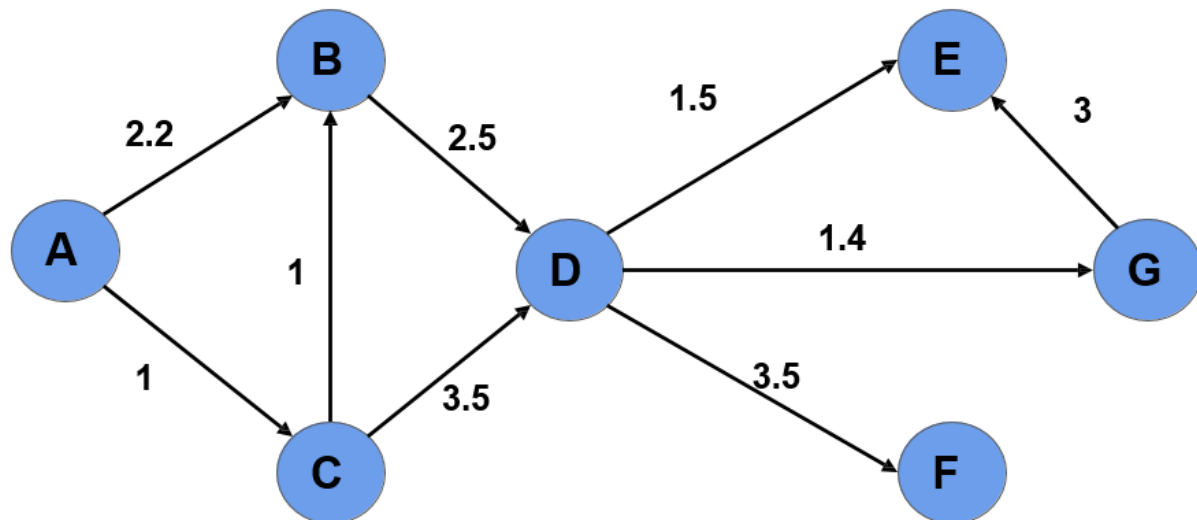
F-Av El Hizzam

G-Dar Salam

A	B	C	D	E	F	G	SOMMET
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	
0	1.5		1	∞	∞	∞	
0	1.9		0	2	∞	∞	C(A)
0		0	0	3.5	∞	∞	B(C)
0		0	0	3.5	∞	1.5	D(B)
0		0	0	5	3	0	F(D)
0		0	0	5	4.5	0	G(F)
0		0	0	5	0	0	E(F)



Ligne 2



A-Ibn Batouta

B-Av med 5

C-Av Sakia el hamra

D-Mly Youssef

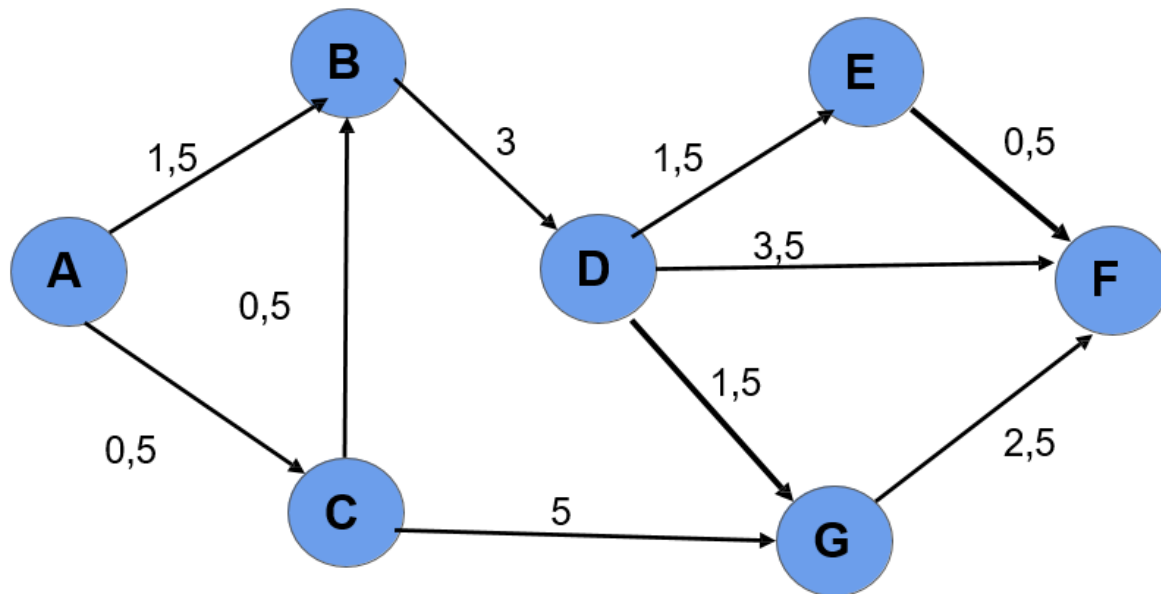
E-Mekka

F-Hamman el fatouaki

G-Av oum saad

A	B	C	D	E	F	G	
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	
0	2.2	1	∞	∞	∞	∞	
0	3.2	0	3.5	∞	∞	∞	C(A)
0	0	0	6	∞	∞	∞	B(C)
0	0	0	0	1.5	3.5	1.4	D(B)
0	0	0	0	4.5	∞	0	G(D)
0	0	0	0	0	∞	0	E(G)

Ligne 3



A-Marché des betails

B-Av Driss 1

C- Al hramayn

D- Av anas bno malek

E-Av omar el mokhtar

F-Bv Med 5

G-EST

A	B	C	D	E	F	G	Sommet
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	
0	1.5	0.5	∞	∞	∞	∞	
0	2	0	∞	∞	∞	5	C(A)
0	0	0	3	∞	∞	∞	B(C)
0	0	0	0	1.5	3,5	1.5	D(B)
0	0	0	0	0	4	∞	E(D)
0	0	0	0	0	0		F(E)

CONCLUSION :

Vers la fin on obtient 3 lignes de transport de bus :

	Trajet de bus	Long(km)	Min d'arrêts
Ligne1	-Ibn Batota-Mekka-Av med 5-Hassan 1-El Kirawan-Av El Hizzam-Dar Salam	6,9	7
Ligne2	-Ibn Batouta-Av med 5-Av Sakia el hamra-Mly Youssef-Mekka-Hamman el fatouaki-Av oum saad	7,9	6
Ligne3	Marché des betails-Av Driss 1- Al hramayn- Av anas bno malek-Av omar el mokhtar-Bv Med 5-EST	6	6

IV. Elargissement

- ✓ Algorithme de plus court chemin pour les graphes dynamique stochastique :

Dans ce cas on se base sur une approche stochastique qui signifie qu'on aura des **distributions de probabilités associées aux temps de parcours sur les liens du réseau** (entre les sommets des graphes). Cela signifie qu'on peut **tenir compte des estimations de trafic et de retard dans la résolution du problème** de plus court chemin.

- ✓ Graphe dynamique stochastique :

Un graphe $G(N, A)$ est dit graphe dynamique si tous les poids sur les arcs sont représentés par des distributions de probabilité discrètes dépendantes du temps.

Le poids d'un arc (i, j) dans un graphe dynamique stochastique est présenté par une fonction de coût $FC(i, j, t)$, où t désigne l'instant de départ du nœud i .

$$FC(i, j, t) = \begin{cases} c_1^t, & p_1^t \\ c_2^t, & p_2^t \\ \vdots & \vdots \\ c_m^t, & p_m^t \end{cases} \quad \text{avec} \quad \sum_{k=1}^m p_k^t = 1$$

$C_1^t, C_2^t, \dots, C_m^t$: les poids possibles d'un lien (i, j) à l'instant t .

$p_1^t, p_2^t, \dots, p_m^t$: les probabilités associées aux poids à l'instant t .

Le problème du plus court chemin dynamique stochastique a reçu une grande attention dans différents domaines. Le premier qui a abordé ce problème est Hall.

Après, Une solution à ce problème a été portée dans [63] en proposant un algorithme à correction de label appelé LET (Least Expected Time). Mais, il existe plusieurs cas dans lesquels la solution LET n'est pas adéquate, car elle ne tient pas compte de la variance des distributions des temps de parcours sur les arcs et n'offre aucune garantie de fiabilité. Le chemin optimal défini par la solution LET peut être peu fiable et peut entraîner des réalisations très variables du temps de parcours.

Plusieurs algorithmes ont été développés dans la littérature pour résoudre le problème du plus court chemin dans le cas dynamique stochastique et deux approches ont été proposées, à savoir l'approche qui vise à calculer un chemin à priori, et l'approche qui détermine une stratégie de routage en ligne permettant de réagir aux poids effectifs des nœuds intermédiaires pour choisir efficacement les nœuds suivants. Le problème SOTA est basée sur la dernière approche.

Il est résolu à l'aide d'un **algorithme d'approximation successive standard (SA)**.

V. REFERENCES :

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01760491/document>

<https://www.techno-science.net/definition/6470.html>

<https://ori-nuxeo.univ-lille1.fr/nuxeo/site/esupversions/71b84b34-d96d-43d1-ad39-7cc66b30337c>